

INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE TOULOUSE

4^{ème} Année Informatique et Réseau

ANTENNES

CORRECTIONS DES TRAVAUX DIRIGES

Alexandre Boyer
alexandre.boyer@insa-toulouse.fr
<http://www.alexandre-boyer.fr>

1. UNITE

Réalisez les conversions suivantes :

- $P = 20 \text{ dBm} \rightarrow 0.1 \text{ W}$
- $V = 20 \text{ mV} \rightarrow 86 \text{ dB}\mu\text{V}$
- $G = 7 \text{ dB} \rightarrow 7 \text{ dBi et } 4.85 \text{ dBd}$
- $L_p = -3 \text{ dB} \rightarrow 0.5$ (perte de propagation exprimée en rapport de puissance sortante sur puissance entrante)

2. DIAGRAMME DE RAYONNEMENT

Le diagramme de rayonnement d'une antenne a été mesuré dans les plans E et H. Il est présenté ci-dessous.

1. Est-ce une antenne omnidirectionnelle ? Pour quelle application pourrait-on utiliser cette antenne ?

Non puisque le gain varie avec la direction. Une antenne omnidirectionnelle est adaptée à une couverture de tout l'espace environnant, une antenne à fort gain (très directionnelle) est plutôt dédiée à une liaison point à point ou une couverture d'un secteur donnée de l'espace.

3. Quelle est la valeur du gain et de l'angle d'ouverture à 3 dB ?

La courbe de l'énoncé donne le gain en fonction de la direction dans l'espace. Cependant, on définit traditionnellement le gain comme le gain obtenu dans la direction de rayonnement maximal de l'antenne, soit la valeur max de gain. Ici : environ 17 dB(i).

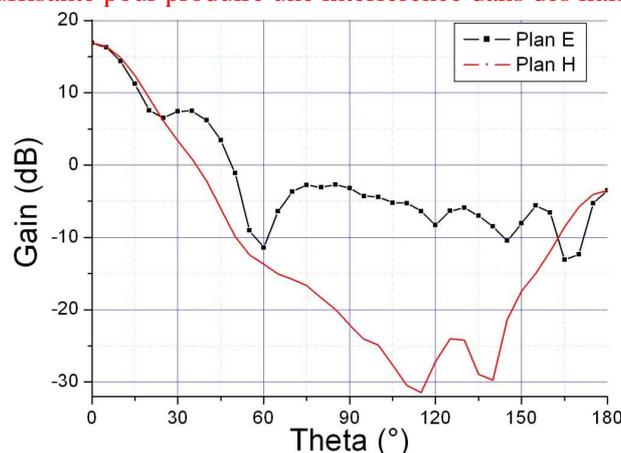
Angle d'ouverture à 3 dB dans le plan E est environ égal à celui dans le plan H. Il vaut environ 24° ($2 * 12^\circ$). En effet, les angles theta ou phi sont données entre 0 et 180° et pas entre 0 et 360° car l'antenne présente une symétrie).

4. Quelle est la valeur du rapport entre le lobe principal et le premier lobe secondaire ?

Dans le plan E, on voit que la puissance rayonnée est concentrée dans un lobe principal (centrée autour de 0°), puis de lobes secondaires dans le plan E (autour de 30°). Le rapport de gain et donc de puissance rayonnée est d'environ 10 dB. Cela est peut être gênant car une fraction non négligeable de puissance est rayonnée en dehors du lobe principal.

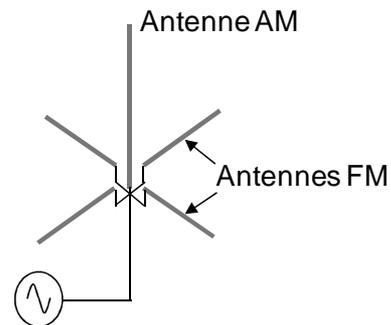
5. Quelle est la valeur du rapport *Front-to-Back Ratio* ?

L'antenne rayonne une grande partie de la puissance dans le lobe principal. Cependant, une faible puissance est quand même rayonnée dans la direction opposée. Le rapport appelé *Front-to-Back Ratio* correspond au rapport entre la puissance rayonnée dans le lobe principal divisée par celle rayonnée dans la direction opposée. Ici, ce rapport vaut : $17 \text{ dB} - (-3.5 \text{ dB}) = 20.5 \text{ dB}$. 1/100 de la puissance rayonnée dans la direction principale est rayonnée dans la direction opposée. Cette puissance est peut être suffisante pour produire une interférence dans des liaisons hertziennes voisines.



3. ANTENNE AM - FM

La figure ci-dessous présente une antenne de radiodiffusion pour les bandes AM et FM. L'antenne AM est composée d'une tige verticale de 1m de long. L'antenne FM est composée de 2 dipôles de 1.5 m de long.



1. Une antenne de radiodiffusion doit-elle être omnidirectionnelle ?

Oui car elle doit émettre dans toutes les directions autour d'elles (principalement dans un plan horizontal, pas vers le ciel). Le rayonnement doit donc se faire principalement dans le plan horizontal.

2. Comment qualifier l'antenne AM sur la bande AM ? Tracer qualitativement son diagramme de rayonnement dans les plans horizontaux et verticaux ? Est-ce que les antennes FM influent sur le rayonnement de l'antenne AM ?

L'antenne AM est dédiée à la radiodiffusion sur la bande 100 KHz – 10 MHz. Sur cette bande, la longueur d'onde dans l'air est comprise entre 3 km et 30 m, donc l'antenne AM formée d'une tige de 1 m de long est électriquement courte. Elle peut être modélisée par un dipôle élémentaire. Au premier ordre, on peut la qualifier d'omnidirectionnelle. Cependant, même si elle est omnidirectionnelle dans le plan horizontal, elle ne l'est pas dans le plan vertical. Elle ne rayonne pas dans la direction de la tige. Son angle d'ouverture à 3 dB est = 90 °. Cf Fig. 25 pour un exemple de diagramme de rayonnement d'un dipole électriquement court.

Cependant, la présence des antennes FM a une influence sur l'antenne AM. La présence de ces éléments métalliques va modifier le diagramme de rayonnement de l'antenne AM. Au fréquence de fonctionnement de l'antenne AM, les 4 brins des antennes FM se comporte comme des éléments courts vis-à-vis de λ . On peut les considérer comme des équipotentiels. Ils forment un plan de masse équivalent.

3. Quelles sont les fréquences de résonance des antennes FM ?

Les antennes FM forment 2 dipôles, qui sont demi-ondes lorsque leur longueur = $\frac{1}{2}$ longueur d'onde, donc à la fréquence :

$$L = \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2f\sqrt{\epsilon_r}} \Rightarrow f = \frac{c}{2L\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \times 1.5 \times 1} = 100 \text{ MHz}$$

4. Déterminer l'expression du champ rayonné par les antennes FM. A quelle condition les antennes FM peuvent produire un rayonnement omnidirectionnel dans le plan horizontal ?

On se place en champ lointain (si la distance antenne – point d'observation $R \gg$ la taille des dipôles). On suppose que l'amplitude du courant est quasi-constante le long de l'antenne, et on se place dans le cadre de l'approximation du dipôle élémentaire. Cette approximation n'est évidemment pas vérifiée, mais elle permet de faire un calcul analytique simple donnant une idée du diagramme de rayonnement.

Supposons de plus que les 2 antennes soient alimentées avec 2 sources d'amplitude constante, mais déphasé d'un angle Φ .

Calculons l'expression du champ E_θ dans le plan horizontal de l'antenne (plan où sont inscrites les 2 antennes FM). On peut montrer que $\theta_1 = \theta_2 + 90^\circ$, où θ_1 et θ_2 sont les angles verticaux vues depuis chacune des 2 antennes dipôles.

$$E_{\theta} = E_{dipole1} + E_{dipole2} = j \frac{60\pi}{\lambda R} L.I. \exp\left(-j \frac{2\pi R}{\lambda}\right) [\sin \theta \exp(j\omega t) + \cos \theta \exp(j(\omega t + \Phi))]$$

Le rayonnement produit par chacune des antennes n'est pas omnidirectionnel dans le plan horizontal. Le rayonnement produit par les 2 antennes FM peut être omnidirectionnel dans le plan horizontal si le déphasage $\Phi = 90^\circ$. En effet, l'expression précédente devient :

$$E_{\theta} = E_{dipole1} + E_{dipole2} = j \frac{60\pi}{\lambda R} L.I. \exp\left(-j \frac{2\pi R}{\lambda}\right) [\sin \theta \exp(j\omega t) + \cos \theta \exp(j(\omega t + \pi/2))]$$

$$E_{\theta} = \frac{V_0}{R} \exp(j\omega t) \times (\sin \theta + j \cos \theta)$$

$$|E_{\theta}| = \frac{V_0}{R} \forall \theta$$

Le rayonnement est indépendant de θ dans le plan horizontal.

5. Quelle est la polarisation de l'onde émise par cette antenne ?

La polarisation est la direction du champ électrique produit par une antenne. L'antenne AM est à polarisation rectiligne verticale. Les antennes FM sont à polarisation rectilignes horizontales. Cependant, les polarisations des 2 antennes FM sont orthogonales.

6. Les antennes AM et FM peuvent-elles interférer entre elles ?

Non, puisque leurs polarisations sont orthogonales. Théoriquement, l'antenne AM ne peut pas capter le rayonnement de l'antenne FM et vice et versa. En pratique, il existera quand même un couplage.

4. EXPOSITION AUX CHAMPS RF

Une antenne panneau de gain égal à 18 dBi est placée sur le toit d'un immeuble. Il s'agit d'une antenne tribande GSM 900/1800 – UMTS. La puissance d'émission est limitée à 20 W. Déterminer le périmètre de sécurité face à l'antenne.

En supposant une propagation en espace libre et en champ lointain, on peut déterminer la puissance rayonnée en tout point de l'espace à une distance d de l'antenne d'émission :

$$P_r = \frac{P_e G_e}{\left(4\pi \frac{d}{\lambda}\right)^2}$$

En champ lointain, le champ électrique est relié à la puissance rayonnée par :

$$P_r = E \times H = \frac{E^2}{\eta_0}. \text{ Le champ électrique est donc égal à : } E = \sqrt{\frac{P_e G_e \eta_0}{\left(4\pi \frac{d}{\lambda}\right)^2}}. \text{ Connaissant une limite}$$

d'exposition au champ électrique, la distance minimum de séparation entre l'antenne et un être humain

$$\text{se calcule : } d = \sqrt{\frac{P_e G_e \eta_0}{E \times \left(\frac{4\pi}{\lambda}\right)^2}}.$$

Cependant, l'antenne fonctionne sur plusieurs bandes de fréquence simultanément. On doit respecter l'inégalité suivante : $\left(\frac{E_{900}}{E_{900 \text{ limite}}}\right)^2 + \left(\frac{E_{1800}}{E_{1800 \text{ limite}}}\right)^2 + \left(\frac{E_{2100}}{E_{2100 \text{ limite}}}\right)^2 \leq 1$. Le champ E max à 900 MHz = 41 V/m, 58 V/m à 1800 MHz et 61 V/m à 2100 MHz.

Si on suppose que l'antenne rayonne 20 W pour chacune de ces bandes :

$$\begin{cases} E_{900} = \sqrt{\frac{1}{3}} \times E_{900 \text{ limite}} = 23.7 \text{ V/m} \Rightarrow d \geq 3.75 \text{ m} \\ E_{1800} = \sqrt{\frac{1}{3}} \times E_{1800 \text{ limite}} = 33.5 \text{ V/m} \Rightarrow d \geq 1.58 \text{ m} \\ E_{2100} = \sqrt{\frac{1}{3}} \times E_{2100 \text{ limite}} = 35.2 \text{ V/m} \Rightarrow d \geq 1.32 \text{ m} \end{cases}$$

La distance de sécurité entre le public et l'antenne est donc de 3.75 m. En pratique, lorsqu'on parle d'exposition au public, il convient de garantir une exposition bien plus faible que ce que préconisent les normes et il convient d'accroître cette distance. Si on divise par 10 le champ électrique limite, on multiplie par environ 3 la distance de sécurité.

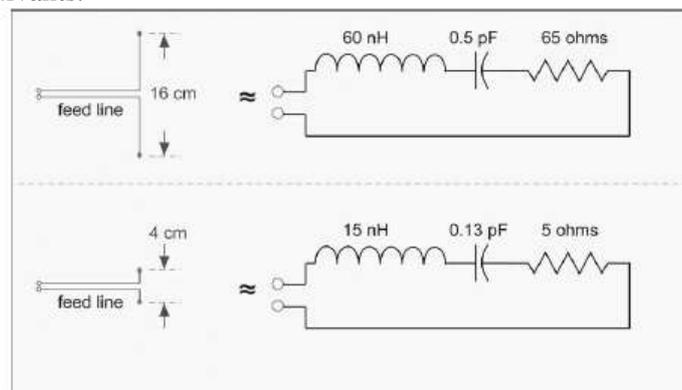
Un lobe secondaire est émis en direction d'un immeuble voisin situé à 20 m, le gain de l'antenne dans cette direction est 20 dB plus faible. Quel est le champ électrique appliqué sur l'immeuble ? Est-ce que le niveau de champ reçu respecte les recommandations d'exposition au champ ?

Le gain est 20 dB plus faible $\rightarrow G = -2 \text{ dBi} = 0.63$. On ne considère que l'émission sur la bande GSM. On suppose que toute la puissance (20 W) est rayonnée. On applique la formule suivante :

$$E = \sqrt{\frac{P_e G_e \eta_0}{\left(4\pi \frac{d}{\lambda}\right)^2}} = \sqrt{\frac{20 \times 0.63 \times 377}{\left(4\pi \frac{20}{0.3}\right)^2}} = 0.1 \text{ V/m}$$

5. ANTENNES DIPOLES

On dispose de 2 antennes dipôles, de 16 cm et 4 cm. Les notes d'application proposent les modèles électriques suivants.



[Dobkin]

1. Calculer la fréquence de résonance du premier dipôle. Quelle est sa bande passante ? Pour quelle application pourriez-vous l'utiliser ?

Il s'agit d'une antenne dipôle qui résonne lorsque sa longueur = $\frac{1}{2}$ longueur d'onde :

$$L = \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2f_{res}\sqrt{\epsilon_r}} \Rightarrow f_{res} = \frac{c}{2L\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \times 0.16 \times 1} = 938 \text{ MHz}$$

On peut aussi faire le calcul à partir du modèle électrique équivalent, qui s'apparente à un filtre RLC série. La fréquence de résonance est de :

$$f_{res} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{60 \cdot 10^{-9} \times 0.5 \cdot 10^{-12}}} = 919 \text{ MHz}$$

La bande passante peut se calculer à partir du modèle électrique RLC, à l'aide du facteur de qualité :

$$Q = \frac{f_{Res}}{BW} \text{ et } \frac{1}{Q} = \frac{R_{ant}}{2\pi f_{Res} \cdot L_{ant}}$$

$$BW = \frac{R_{ant}}{2\pi f_{Res} L_{ant}} = 172 \text{ MHz}$$

Il s'agit d'une antenne large bande accordée sur 920 MHz. Sa bande est suffisamment large pour couvrir l'ensemble de la bande GSM.

2. Est-ce que l'antenne 2 peut fonctionner à la même fréquence que l'antenne 1 ?

Non, puisqu'elle est plus courte (4 fois plus faible), sa fréquence de résonance est plus grande (4 fois plus grande). Celle-ci vaut : 3.75 GHz.

3. Pourquoi la valeur de la résistance de l'antenne 2 est aussi faible ?

Comparons les modèles électriques des antennes 1 et 2. L'antenne 2 est 4 fois plus courte que l'antenne 1 donc l'inductance et la capacité équivalente de l'antenne 2 sont 4 fois plus faibles que celles de l'antenne 1. Ce qui induit une fréquence de résonance LC 4 fois plus grande. Cependant, la résistance équivalente de l'antenne 2 est quasiment 16 fois plus petite que celle de l'antenne 1.

En effet, la longueur effective de rayonnement a été divisée par 4, donc le champ électrique et le champ magnétique rayonnés ont été divisé par 4. Cependant, la puissance rayonnée est divisée par 16 ($P = E \cdot H$!). La résistance du modèle correspond au résistance de pertes (ohmiques) et à la résistance de rayonnement R_r : $P_r = R_r \cdot I^2$, où I est le courant dans l'antenne. Il est donc normal que la résistance de rayonnement ait été divisée par 4.

4. Quelle solution proposez-vous pour faire résonner l'antenne 2 à la même fréquence que l'antenne 1 ?

Il faut réduire la fréquence de résonance de l'antenne 2, par exemple en ajoutant une inductance série de 45 nH en entrée de l'antenne.

5. Est-ce que les 2 antennes présentent les mêmes bandes passantes ?

Non, même si on modifie la fréquence de résonance de l'antenne 2, car les résistances de rayonnement sont différentes. La bande passante est liée au facteur de qualité, inversement proportionnel à la résistance. Comme la résistance de l'antenne 2 est 16 fois plus grande que celle de l'antenne 1, son facteur de qualité est 16 fois plus important, mais sa bande passante 16 fois plus faible. La bande passante de l'antenne 2 est de 11 MHz environ, ce qui est insuffisant pour couvrir l'ensemble de la bande GSM. L'antenne 2 est trop sélective en fréquence.

Remarque : l'antenne 2 a cependant une dimension plus petite, ce qui est un avantage lorsqu'on réfléchit à l'intégration des antennes.

6. ANTENNE DE MESURE

On souhaite mesurer le champ électrique à 900 MHz en utilisant un dipôle demi-onde.

1. Quelle longueur donneriez-vous au dipôle ? Quelle est sa surface équivalente ?

Il vaut mieux l'utiliser autour de sa fréquence de résonance (dipôle demi-onde) :

$$L = \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2f_{res}\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \times 9 \cdot 10^8 \times 1} = 16.7 \text{ cm}$$

On se place en conditions champ lointain. A la fréquence de résonance, la surface équivalente de l'antenne est :

$$S_{eq} = \frac{G\lambda^2}{4\pi} = \frac{1.64 \times 0.33^2}{4\pi} = 0.0145 \text{ m}^2$$

Ce chiffre correspond à la surface sur laquelle la puissance de l'onde interceptée est égale à la puissance captée par l'antenne.

2. Calculer la valeur théorique de son facteur d'antenne ?

On suppose que la résistance d'entrée du récepteur connectée à l'antenne est égale à 50 ohms.

$$AF = 20 \times \log\left(\frac{E}{V}\right) = 20 \times \log\left(\frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{4\pi\eta_0}{G.R_R}}\right) = 20 \times \log\left(\frac{1}{0.3} \sqrt{\frac{4\pi \times 377}{1.64 \times 50}}\right) = 28 \text{ dBm}^{-1}$$

Si l'antenne capte un champ incident = 28 dBV/m = 25 V/m, on mesure une tension de 1 V aux bornes du récepteur.

3. Après caractérisation de cette antenne, on obtient les données suivantes :

- efficacité = 95 %
- VSWR = 1.2 : 1

La mesure sur une charge 50 ohms donne une puissance de -40 dBm. Quelle est la valeur du champ électrique incident ?

Le récepteur mesure une puissance $P_R = -40 \text{ dBm} = 0.1 \mu\text{W}$. Cette puissance n'est pas tout à fait égale à la puissance rayonnée transportée par l'onde incidente, car l'antenne présente des pertes.

L'efficacité est liée aux pertes ohmiques de l'antenne. Une efficacité de 95 % signifie que 5 % de la puissance induite par le rayonnement P_{rad} est perdue en dissipation thermique. En appelant P_A la puissance électrique en sortie de l'antenne :

$$\eta = \frac{P_A}{P_{Rad}} = 0.95$$

Le VSWR est lié aux pertes par désadaptation. Il est lié au coefficient de réflexion Γ en sortie de l'antenne (en entrée du récepteur).

$$VSWR = \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma} \Leftrightarrow \Gamma = \frac{VSWR-1}{VSWR+1} = 0.091$$

La puissance reçue P_R par le récepteur s'exprime en fonction de la puissance en sortie de l'antenne :

$$P_A = P_R (1 - |\Gamma|^2)$$

La puissance induite par le couplage de l'onde incidente sur l'antenne de réception est donc de :

$$P_{Rad} = \frac{P_R}{\eta(1-|\Gamma|^2)} = \frac{1 \times 10^{-7}}{0.95 \times (1-0.091^2)} = 1.06 \times 10^{-7} \text{ W} = -39.75 \text{ dBm}$$

Le rapport entre la puissance mesurée par le récepteur et la puissance électrique couplée n'est que de 0.25 dB. Il suffit d'ajouter 0.25 dB (ou multiplier par 1.06) la puissance reçue pour en déduire la puissance qu'on recevrait si l'antenne ne présentait aucune pertes.

Sachant que le récepteur est équivalent à une résistance 50 ohms en entrée, la tension en entrée du récepteur est de :

$$V_R = \sqrt{P_{Rad} \times R_R} = 2.3 \text{ mV} = -52.75 \text{ dBV}$$

En utilisant la notion de facteur d'antenne, on peut en déduire le champ électrique incident :

$$E = AF + V_R = 28 - 52.75 = -24.75 \text{ dBV} / m = 57.8 \text{ mV} / m$$

4. Quelle est la valeur minimale de champ électrique qui peut être mesurée ?

La sensibilité est liée à celle du récepteur. Si on considère que le seuil de bruit est lié au bruit produit par l'antenne, on trouve :

$$N_{ant} = 10 \log(kTB)$$

Le bruit va dépendre de la température de l'antenne (vers quoi elle est pointée) et la bande passante du récepteur. On pourra mesurer un champ électrique si la puissance mesurée par le récepteur est supérieure à ce seuil de bruit : $P_R = N_{ant}$. La valeur minimale du champ électrique mesurable est donc de :

$$E_{min} = AF + 20 \log \left(\sqrt{R_R \frac{N_{ant}}{\eta(1-|\Gamma|^2)}} \right) = AF + 20 \log \left(\sqrt{R_R \frac{kTB}{\eta(1-|\Gamma|^2)}} \right)$$

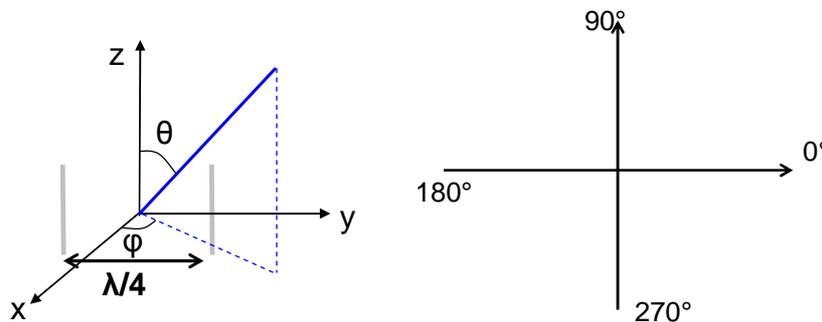
En prenant $B = 10 \text{ KHz}$ et $T = 200 \text{ K}$, on trouve : $E_{min} = -120.3 \text{ dBV/m} = 0.96 \text{ } \mu\text{V/m}$.

Cette estimation ne prend pas en compte le bruit introduit par le récepteur lui-même, ni une contrainte sur le rapport signal à bruit minimal permettant de garantir une mesure de qualité.

7. RESEAUX DE DEUX ANTENNES DIPOLES

Soit 2 dipôles électriquement petits séparés par une longueur de $\lambda/4$. Tracer qualitativement le diagramme de rayonnement dans le plan horizontal pour les 2 cas suivants :

1. excitation : même amplitude V_0 , pas de déphasage.
2. excitation : même amplitude V_0 , déphasage de 90° .



Le but de cette exercice est d'étudier comment le rayonnement provenant de différentes antennes se combinent en champ lointain. Les ondes issues des différentes antennes interfèrent entre elles et, selon leur amplitude et phase respective, ces interférences peuvent être constructives ou destructives.

Ce principe est exploité dans le cadre des réseaux d'antennes. N antennes sont placées et alimentées judicieusement afin qu'une interférence constructive entre les ondes issues des N antennes se produise dans une direction privilégiée de l'espace, et destructive ailleurs.

Dans cette exercice, nous étudions un réseau de 2 antennes, sans passer par le formalisme mathématique développé dans le cours.

Les dipôles sont omnidirectionnels dans le plan horizontal. On suppose qu'ils sont suffisamment éloignés pour négliger les interactions entre les antennes, qui modifieraient leur diagramme de rayonnement. Autrement dit, on suppose que les 2 dipôles rayonnent comme s'ils étaient isolés.

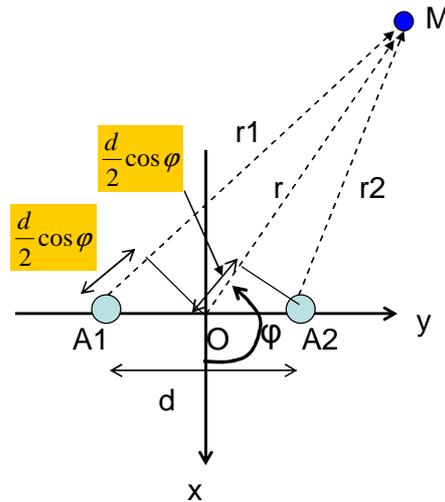
Comme les dipôles sont électriquement courts, l'expression du champ électrique en champ lointain peut s'écrire :

$$\vec{E}_\theta = j \frac{60\pi}{\lambda r} L.I. \sin \theta \exp\left(-j \frac{2\pi r}{\lambda}\right) = E_0 \sin \theta \frac{e^{-j\beta r}}{r}$$

On note E_0 l'amplitude du champ lointain, dépendante uniquement de la taille L de l'antenne et du courant d'excitation. On ne s'intéresse qu'au rayonnement dans le plan horizontal (pour $\theta = 90^\circ$).

Plaçons-nous dans le cas général de 2 antennes de type dipôle élémentaire alignées le long de l'axe y et séparées par une distance d et déterminons le rayonnement en champ lointain dans le plan horizontal.

En champ lointain les distances r_1 et $r_2 \approx r$ et les angles φ_1 et $\varphi_2 \approx \varphi$. Dire que $r_1 = r_2 = r$ est une approximation valable si on s'intéresse qu'à l'atténuation du champ avec la distance. Cependant, en faisant cette approximation, on fait disparaître la différence de phase entre les ondes issues de chacune des 2 antennes. En effet, si la séparation entre les 2 antennes n'est pas négligeable par rapport à la longueur d'onde, alors un déphasage peut apparaître entre les 2 ondes. Ce déphasage est lié au parcours supplémentaire de $d \cos \varphi$ que doit accomplir une des ondes par rapport à l'autre.



Dans le problème, les excitations des 2 antennes sont identiques en amplitude, pas forcément en phase. En notant Φ la différence de phase entre les excitations des 2 antennes, on peut calculer le champ électrique produit par les 2 antennes en champ lointain dans le plan horizontal :

$$E_{tot} = E_1 + E_2 = \frac{E_0}{r_1} \exp(-j\beta r_1) \exp\left(j\frac{\Phi}{2}\right) + \frac{E_0}{r_2} \exp(-j\beta r_2) \exp\left(-j\frac{\Phi}{2}\right)$$

$$E_{tot} \approx \frac{E_0}{r} \exp\left(-j\beta\left(r + \frac{d}{2} \cos \varphi\right)\right) \exp\left(j\frac{\Phi}{2}\right) + \frac{E_0}{r} \exp\left(-j\beta\left(r - \frac{d}{2} \cos \varphi\right)\right) \exp\left(-j\frac{\Phi}{2}\right)$$

$$E_{tot} = \frac{E_0}{r} \exp(-j\beta r) \times \left(\exp\left(-j\beta \frac{d}{2} \cos \varphi\right) \exp\left(j\frac{\Phi}{2}\right) + \exp\left(j\beta \frac{d}{2} \cos \varphi\right) \exp\left(-j\frac{\Phi}{2}\right) \right)$$

$$E_{tot} = \frac{E_0}{r} \exp(-j\beta r) \times \cos\left(\beta \frac{d}{2} \cos \varphi - \frac{\Phi}{2}\right)$$

Plaçons-nous dans le cas n°1 : les antennes sont alimentées en phase ($\Phi = 0^\circ$) et les antennes sont séparées d'une distance $d = \lambda/4$. L'expression précédente se simplifie :

$$E_{tot} = \frac{2E_0}{r} \exp(-j\beta r) \times \cos\left(\beta \frac{d}{2} \cos \varphi\right)$$

Le terme dans le cosinus correspond à l'effet du déphasage entre les ondes issues des 2 antennes, et ce déphasage dépend de la distance, de la longueur d'onde et de la direction φ dans le plan horizontal.

Dans le cas où $d = \lambda/4$, on trouve : $\beta \frac{d}{2} \cos \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{2 \times 4} \cos \varphi = \frac{\pi}{4} \cos \varphi$. L'expression du champ électrique d'écrit :

$$E_{tot} = \frac{2E_0}{r} \exp(-j\beta r) \times \cos\left(\frac{\pi}{4} \cos \varphi\right)$$

L'expression indique une périodicité en fonction de φ . L'angle $\frac{\pi}{4} \cos \varphi$ varie entre $-\pi/4$ et $+\pi/4$ en fonction de φ . Pour $\varphi = \pi/2$ ou $3\pi/2$, E_{tot} est maximal = $E_{tot} = \frac{2E_0}{r} \exp(-j\beta r)$, soit 2 fois le rayonnement produit par une seule antenne. On est dans le cas d'une interférence constructive maximale. Pour $\varphi = 0$ ou π , E_{tot} est minimal = $E_{tot} = \frac{\sqrt{2}E_0}{r} \exp(-j\beta r)$. On est dans le cas d'une interférence constructive moins efficace. Quelque soit l'angle φ , on a une interférence constructive, mais plus ou moins efficace.

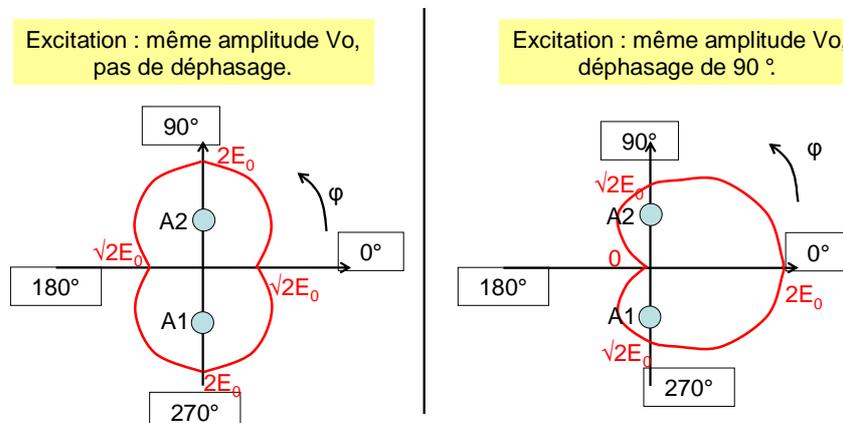
Plaçons-nous dans le cas n°2 : les antennes sont alimentées en quadrature ($\Phi = 90^\circ$) et les antennes sont séparées d'une distance $d = \lambda/4$. L'expression précédente se simplifie :

$$E_{tot} = \frac{2E_0}{r} \exp(-j\beta r) \times \cos\left(\beta \frac{d}{2} \cos \varphi - \frac{\Phi}{2}\right) = \frac{2E_0}{r} \exp(-j\beta r) \times \cos\left(\beta \frac{d}{2} \cos \varphi - \frac{\pi}{4}\right)$$

Le terme dans le cosinus correspond à l'effet du déphasage entre les ondes issues des 2 antennes, et ce déphasage dépend de la distance, de la longueur d'onde et de la direction φ dans le plan horizontal, plus un terme de déphasage constant lié au déphasage entre les excitations des antennes. Dans le cas où $d = \lambda/4$, on trouve : $\beta \frac{d}{2} \cos \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{2 \times 4} \cos \varphi = \frac{\pi}{4} \cos \varphi - \frac{\pi}{4}$. L'expression du champ électrique d'écrit :

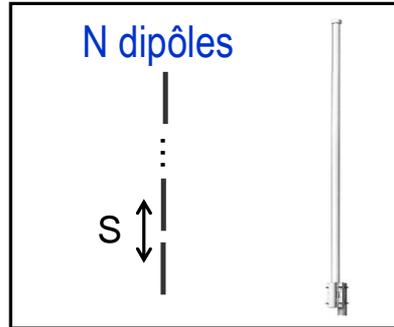
$$E_{tot} = \frac{2E_0}{r} \exp(-j\beta r) \times \cos\left(\frac{\pi}{4} \cos \varphi - \frac{\pi}{4}\right)$$

L'expression indique une périodicité en fonction de φ . L'angle $\frac{\pi}{4} \cos \varphi$ varie entre $-\pi/2$ et 0 en fonction de φ . Pour $\varphi = \pi/2$ ou $3\pi/2$, E_{tot} est = $E_{tot} = \frac{\sqrt{2}E_0}{r} \exp(-j\beta r)$. On est dans le cas d'une interférence constructive, mais qui n'est pas optimal. Pour $\varphi = 0$, E_{tot} est maximal = $E_{tot} = \frac{2E_0}{r} \exp(-j\beta r)$, soit 2 fois le rayonnement produit par une seule antenne. Pour $\varphi = \pi$, E_{tot} est minimal = $E_{tot} = 0$. On est dans le cas d'une interférence totalement destructive. Par rapport à la configuration 1, on a rendu l'antenne un peu plus directive dans le plan horizontal, puisque le rayonnement est focalisé dans une direction et s'annule dans la direction opposée.



8. RESEAUX DE N ANTENNES DIPOLES VERTICAUX

Soit un réseau de 6 dipôles demi-onde montés de la manière suivante :



S est la séparation entre le centre de chaque dipôle. On donne $S = 0.82 \times \lambda$. L'excitation des dipôles est équi-amplitude et équi-phase.

1. Calculer la longueur physique de l'antenne.

La longueur physique de l'antenne est de : $L = (N - 1) \times S + \frac{\lambda}{2}$, où N est le nombre d'antenne.

Pour $N = 6$ antennes dipôles demi-onde séparées de $S = 0.82 \times \lambda$, on trouve $L = 4.6 \lambda$.

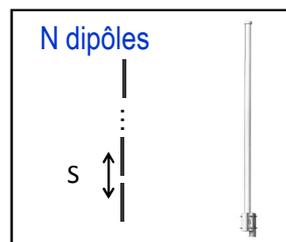
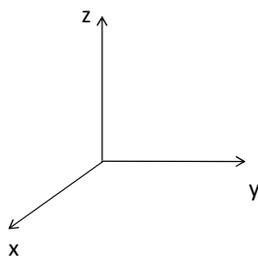
2. Calculer sa directivité maximale et son angle d'ouverture à 3 dB.

3. Tracer qualitativement son diagramme de rayonnement.

Ces 6 antennes forment un réseau d'antennes. Pour déterminer les caractéristiques de rayonnement en champ lointain du réseau $F_N(\theta, \varphi)$, il est nécessaire de calculer le facteur de réseau de l'antenne réseau noté AF et de multiplier la fonction caractéristique de rayonnement d'un élément rayonnant $f(\theta, \varphi)$ par le facteur de réseau $AF(\theta, \varphi)$. Ce calcul suppose que les interactions entre les antennes soient négligeables, c'est-à-dire que le rayonnement de chaque antenne n'est pas perturbé par la présence des autres antennes.

$$F_N(\theta, \varphi) = AF(\theta, \varphi) \times f(\theta, \varphi)$$

L'antenne se présente sous la forme suivante. Les $N = 6$ antennes sont alignées le long de l'axe Z.



En analysant la géométrie, on peut se rendre compte que la mise en réseau modifie le diagramme de rayonnement uniquement dans le plan vertical, elle conserve comme l'antenne dipôle une omnidirectionnalité dans le plan horizontal $\theta = 90^\circ$. Il y a 2 façons de le justifier. D'abord, le réseau présente une symétrie axiale donc le champ rayonné est identique quelque soit la direction φ , pour $\theta =$ constante.

La deuxième façon de le justifier est que la modification du diagramme de rayonnement par la mise en réseau provient du déphasage mesuré en un point en champ lointain entre les N ondes EM provenant des N antennes du réseau. Supposons qu'on déplace un point M sur un cercle caractérisé dans le repère sphérique associé à l'antenne, où $\theta =$ constante et φ varie entre 0 et $2 \times \pi$. Les déphasage des N ondes provenant des N antennes est invariant quelque soit le point M sur ce cercle. Donc le

diagramme de rayonnement de l'antenne réseau est indépendant de l'angle φ . On peut donc simplifier la relation précédente :

$$F_N(\theta, \varphi) = AF(\theta) \times f(\theta, \varphi)$$

$$F_N(\theta) = AF(\theta) \times f(\theta)$$

Calculons l'expression théorique du facteur de réseau de l'antenne. On note A_k l'amplitude de l'excitation de chaque antenne = constante A_0 qu'on normalise à 1. On appelle Ψ_k la phase de l'onde issue de l'antenne n°k, k variant entre 0 et $N-1 = 5$.

$$AF(\theta) = \sum_{k=0}^5 A_0 \exp(j\Psi_k)$$

Le déphasage Ψ_k est lié à la différence de phase Φ_k de la source de l'antenne par rapport à une source de référence, et à la différence de marche du parcours entre l'antenne k et le point de mesure. Dans un premier temps, on suppose que toutes les antennes sont alimentées en phase donc $\Phi_k = 0$:

$$\Psi_k = \Phi_k + k\beta S \cos(\theta) = k\beta S \cos(\theta)$$

Le facteur d'antenne se simplifie :

$$AF(\theta) = A_0 \sum_{k=0}^5 \exp(jk\beta S \cos(\theta)) = \sum_{k=0}^5 \exp(jk\beta S \cos(\theta))$$

La forme précédente correspond à une série géométrique et peut se simplifier (on note $\psi = \beta S \cos(\theta)$) :

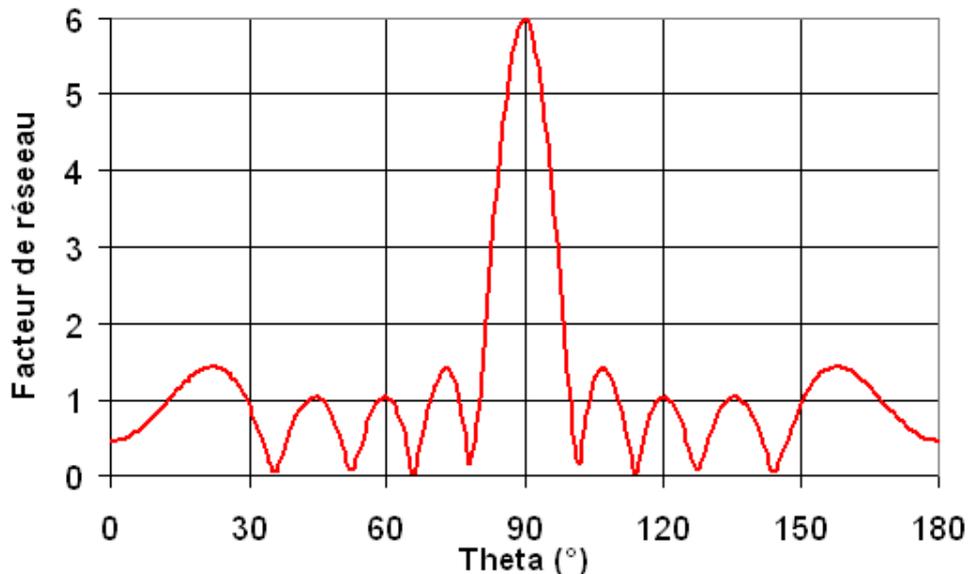
$$AF(\theta) = \frac{\exp\left(j\frac{N\psi}{2}\right) \sin\left(\frac{N\psi}{2}\right)}{\exp\left(j\frac{\psi}{2}\right) \sin\left(\frac{\psi}{2}\right)} \Rightarrow |AF(\theta)| = \left| \frac{\sin\left(\frac{N\psi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)} \right|$$

La fonction ainsi obtenue présente un caractère périodique avec des minimums et des maximums (cf tracé ci-dessous). Le tracé a été réalisé sur Excel (vous pouvez télécharger sur www.alexandre-boyer.fr le fichier `reseau_N_dipoles_colineaires.xls`).

Le facteur de réseau présente un maximum si :

$$\frac{\psi}{2} = 0 \Rightarrow \beta S \cos \theta = 0 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$$

Dans cette direction (plan horizontal, le module du facteur d'antenne = $N = 6$. Il s'agit du lobe principal. D'autres lobes secondaires apparaissent régulièrement de part et d'autre de la direction du plan horizontal).



Il est possible de calculer le gain ou la directivité (si l'antenne ne présente pas de perte, le gain et la directivité sont égaux).

$$G(\theta) = D(\theta) = G_0(\theta) \times AF(\theta)$$

Où G_0 est le gain d'un seul élément rayonnant (un dipôle). Le gain maximal ou la directivité maximale apparaît pour $\theta = \frac{\pi}{2}$ et prennent la valeur de :

$$G_{\max} = G\left(\theta = \frac{\pi}{2}\right) = G_{0\max} \times AF_{\max} = 1.64 \times 6 = 9.24 = 10\text{dB}$$

L'angle d'ouverture à 3 dB est plus difficile à calculer analytiquement et différentes formules permettent d'en donner une valeur approchée. Cependant, à partir du tracé de $G_0(\theta) \times AF(\theta)$, comme

$G_0(\theta) = G_{0\max} \frac{\cos\left(\frac{\beta L}{2} \cos \theta\right) - \cos\left(\frac{\beta L}{2}\right)}{\sin \theta}$ pour une antenne dipôle, on peut lire la valeur de l'angle d'ouverture à 3 dB. Celui-ci vaut 14° .

4. Peut-on utiliser cette antenne comme station de base d'un réseau cellulaire ?

Oui, à condition qu'on veuille que la cellule ait une couverture omnidirectionnelle dans le plan horizontal. L'antenne ne couvre qu'une faible portion du plan vertical. Si l'antenne est installée verticalement, elle pointerait vers le sol.

5. On souhaite donner un tilt au diagramme de rayonnement de -5° dans le plan vertical. Quelle solution proposeriez-vous ?

Cependant, une partie de la puissance rayonnée part vers le ciel ($\theta < 90^\circ$). Pour y remédier, on peut modifier l'excitation de chaque antenne afin de décaler la direction du lobe principal. Par exemple, en ajoutant un déphasage à chaque source. On décide de créer un déphasage linéaire $= \Phi$ entre chaque antenne. On appelle $k\Phi$ la phase de l'excitation de l'antenne k par rapport à l'antenne 0 (placée au z le plus bas).

La condition d'apparition du lobe principal est la suivante :

$$\frac{\psi}{2} = 0 \Rightarrow \Phi + \beta S \cos \theta = 0 \Rightarrow \Phi = -\beta S \cos \theta_{\max}$$

On souhaite faire pointer le lobe principal avec un tilt de -5° par rapport au plan horizontal, autrement dit un angle $\theta_{\max} = 95^\circ$.

On trouve : $\Phi = -\beta S \cos \theta_{\max} = 26^\circ$.

Il suffit donc d'ajouter une phase de $k \cdot 26^\circ$ à l'antenne numérotée k , k variant de 0 à 5.

Vérification par un tracé graphique :

